



SUJET 2 MATHEMATIQUES

Ne rien inscrire dans ce cadre

NOM :	PRENOM :
Date de naissance :	N° Inscription :

Note :

Le sujet 2 comporte 7 pages numérotées de 1 à 7

EXERCICE I - (10 points)

Donner les réponses des questions I-1-, I-2- et I-3- dans le cadre prévu ci-dessous

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (1 - x)e^x$.

On note C_f la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- I-1-a- Donner les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
- I-1-b- En déduire que f admet une asymptote Δ au voisinage de $-\infty$ dont on donnera une équation.
- I-2-a- Déterminer $f'(x)$ où f' est la dérivée de f .
- I-2-b- Compléter le tableau des variations de f .
- I-3-a- Déterminer une équation de la tangente T_1 au point A d'abscisse 1 de la courbe C_f et une équation de la tangente T_{-1} au point B d'abscisse -1 .
- I-3-b- Expliquer pourquoi l'on peut affirmer que les tangentes T_1 et T_{-1} sont perpendiculaires.

REPONSES A L'EXERCICE I

I-1-a-	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$	I-1-b-	$\Delta :$
I-2-a-	$f'(x) =$			
I-2-b-	x	$-\infty$	$+\infty$	
	$f'(x)$			
	$f(x)$			
I-3-a-	$T_1 :$	$T_{-1} :$		
I-3-b-	T_1 et T_{-1} sont perpendiculaires car			

EXERCICE I - (suite)

Donner les réponses aux questions suivantes de l'exercice dans le cadre prévu à la page 3

I-4- On se propose d'étudier la position de \mathcal{C}_f par rapport à T_{-1} .

Pour cela, on considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = (1 - x)e^x - \left(\frac{x + 3}{e}\right).$$

I-4-a- Déterminer $g'(x)$ et $g''(x)$ où g' et g'' sont les dérivées première et seconde de g .

I-4-b- Etudier le signe de g'' et le sens de variation de g' . Préciser la valeur de $g'(-1)$.

Etudier le signe de g' et le sens de variation de g . Préciser la valeur de $g(-1)$.

Enfin donner le signe de g .

I-4-c- Indiquer alors la position de la courbe \mathcal{C}_f par rapport à la tangente T_{-1} .

I-5- Tracer l'asymptote Δ , les tangentes T_1 et T_{-1} et la courbe \mathcal{C}_f .

Pour tracer ces courbes, on considèrera les valeurs approchées suivantes :

$$e \approx 2,7 \quad \text{et} \quad \frac{1}{e} \approx 0,4.$$

NE RIEN ECRIRE DANS LA PARTIE BARREE

REPONSES A L'EXERCICE I (suite)

I-4-a- $g'(x) =$
 $g''(x) =$

I-4-b-

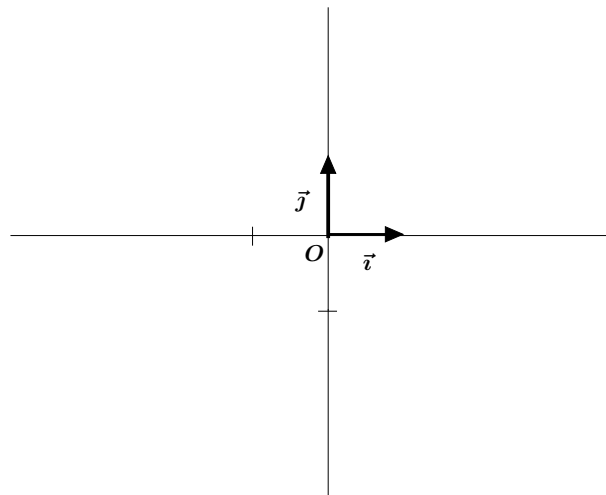
x	$-\infty$	$+\infty$
signe de $g''(x)$		
sens de variation de g'		
signe de $g'(x)$		
sens de variation de g		
signe de $g(x)$		

$g'(-1) =$

$g(-1) =$

I-4-c- Position de \mathcal{C}_f par rapport à T_{-1} :

I-5-



EXERCICE II (4 points)

Donner les réponses à cet exercice dans le cadre prévu à la page 5

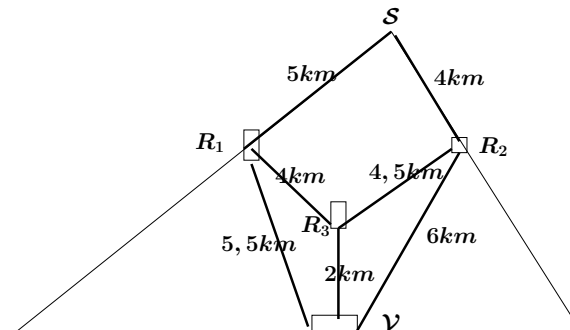
Pour descendre du sommet \mathcal{S} d'une montagne, des skieurs ont la possibilité d'emprunter plusieurs parcours. Ils doivent impérativement passer par l'un des deux restaurants se trouvant tous les deux à 2200 mètres d'altitude. Les deux restaurants ne sont pas situés sur le même versant de la montagne. On les nomme R_1 et R_2 .

Après la pause repas, pour atteindre le village \mathcal{V} qui se trouve à 1100 m d'altitude, les skieurs ont deux possibilités : ils peuvent descendre directement au village ou faire une halte au restaurant R_3 qui se trouve à 1800 m d'altitude, pour prendre un café.

La probabilité que les skieurs choisissent de passer par R_1 est égale à $\frac{1}{3}$.

En partant de R_1 , la probabilité que les skieurs descendent directement au village est égale à $\frac{3}{4}$.

En partant de R_2 , la probabilité que les skieurs descendent directement au village est égale à $\frac{2}{3}$.



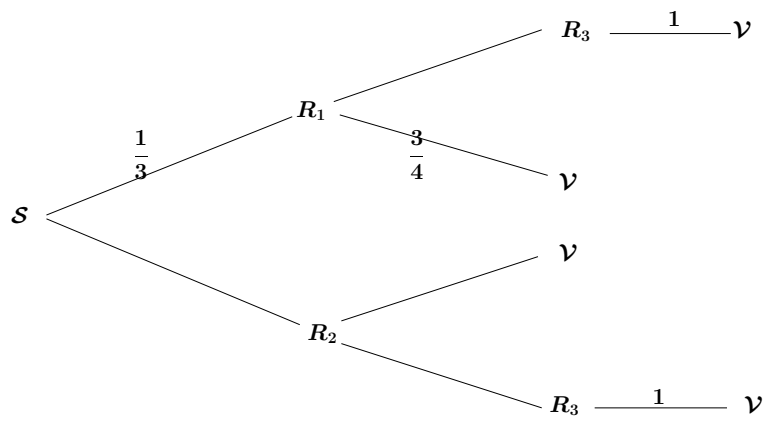
- II-1- Compléter l'arbre représentant tous les trajets possibles du sommet \mathcal{S} au village \mathcal{V} .
- II-2-a- Déterminer la probabilité P_1 que les skieurs prennent un café au restaurant R_3 , sachant qu'ils ont déjeuné ensemble au restaurant R_1 .
- II-2-b- Déterminer la probabilité P_2 que les skieurs prennent un café au restaurant R_3 .
- II-2-c- Déterminer la probabilité P_3 que les skieurs aient déjeuné au restaurant R_1 , sachant qu'ils ont pris un café au restaurant R_3 .
- II-3- Les distances en kilomètres entre les différents points sont : $SR_1 = 5$, $SR_2 = 4$, $R_2R_3 = 4,5$, $R_1R_3 = 4$, $R_3\mathcal{V} = 2$, $R_1\mathcal{V} = 5,5$, $R_2\mathcal{V} = 6$ (cf. figure ci-dessus).

Soit D la variable aléatoire représentant la distance parcourue par les skieurs pour aller du sommet \mathcal{S} au village \mathcal{V} .

Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire D .

REPONSES A L'EXERCICE II

II-1-



II-2-a- $P_1 =$

II-2-b- $P_2 =$

II-2-c- $P_3 =$

II-3-

x_i	
$\mathbb{P}(D = x_i)$	

EXERCICE III - (6 points)

Donner les réponses à cet exercice dans le cadre prévu à la page 7

On se place dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les trois points non alignés A, B, C suivants, donnés par leurs coordonnées :

$$A(1; 0; -1) \qquad B(3; -1; 2) \qquad C(2; -2; -1),$$

et le point E de coordonnées : $E(4; -1; -2)$.

III-1-a- Montrer que la droite (CE) est orthogonale à la droite (AB) et à la droite (AC) .

III-1-b- En déduire une équation cartésienne du plan \mathcal{P} passant par A, B et C .

III-1-c- Calculer la distance $d(E; \mathcal{P})$ du point E au plan \mathcal{P} .

III-2- Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (AE) .

III-3- On considère la droite \mathcal{D} dont un système d'équations paramétriques est :

$$\mathcal{D} : \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 + t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

III-3-a- Donner un point J et un vecteur directeur \vec{w} de \mathcal{D} .

III-3-b- Expliquer pourquoi la droite \mathcal{D} est contenue dans le plan \mathcal{P} .

III-4-a- Déterminer le point M de \mathcal{D} tels que les vecteurs \overrightarrow{EM} et $\vec{v}(0; 1; 1)$ soient orthogonaux.

III-4-b- En déduire la distance $d(E; \mathcal{D})$ du point E à la droite \mathcal{D} .

NE RIEN ECRIRE DANS LA PARTIE BARREE

REPONSES A L'EXERCICE III

III-1-a-	$(CE) \perp (AB)$ car
	$(CE) \perp (AC)$ car
III-1-b-	\mathcal{P} :
III-1-c-	$d(E; \mathcal{P}) =$
III-2-	(AE) a pour système d'équations paramétriques : $\left\{ \right.$
III-3-a-	$J(\quad ; \quad ; \quad)$ $\vec{w}(\quad ; \quad ; \quad)$
III-3-b-	$\mathcal{D} \subset \mathcal{P}$ car
III-4-a-	$M(\quad ; \quad ; \quad)$
III-4-b-	$d(E; \mathcal{D}) =$