Epreuves communes GEIPI - ENI

SERIE S

MERCREDI 7 MAI 2008

14 H - 17 H

MATHEMATIQUES ET PHYSIQUE-CHIMIE

DUREE : 3 HEURES

Les épreuves sont constituées de **2 sujets indépendants. Nous vous conseillons de répartir équitablement les 3 heures d'épreuves entre ces 2 sujets.**

3 documents vous sont distribués :

- ce document contenant les énoncés du QCM de mathématiques (sujet 1),
- une feuille réponse aux QCM,
- un fascicule contenant 4 exercices de physiques chimie (sujet 2).

Sujet	Nature	Temps conseillé	Barème
1	Mathématiques - QCM 15 questions	1 h 30	20 points
2	Physique-chimie	1 h 30	20 points

L'usage de la calculatrice est autorisé.
Aucun document n'est autorisé.
L'usage du téléphone est strictement interdit.

Information sur le sujet 1.

Les réponses du sujet 1 doivent être portées sur la feuille réponse QCM.

Pour chaque question, **5 réponses** sont présentées. **Une réponse et une seule est correcte.**
Aucun point en cas de non réponse ou réponse fausse ou réponses multiples.
Pour remplir les cases du QCM, vous devez respecter les consignes de marquage données sur la feuille réponse QCM.

L'usage du stylo-bille ou du stylo encre est déconseillé. Vous devez cocher au **crayon** de papier la case qui correspond à la réponse de votre choix, et utiliser une gomme en cas d'erreur.

Information sur le sujet 2.

Les réponses du sujet 2 doivent être portées directement sur les documents remis aux candidats, dans les cases prévues à cet effet.

Le sujet comporte 5 pages numérotées de 2 à 6

QCM DE MATHEMATIQUES

Ce QCM comporte 15 questions.

Donner la réponse à chaque question sur la feuille des réponses au QCM.

QUESTION 1 (1,5 point)

Un élève se présente à deux concours $\boldsymbol{C_1}$ et $\boldsymbol{C_2}$. Ces deux concours sont indépendants.
Il a une chance sur trois de réussir le concours $\boldsymbol{C_1}$ et une chance sur trois de réussir le concours $\boldsymbol{C_2}$.
Pensant augmenter ses chances de réussite, l'élève décide de passer les deux concours.

Quelle probabilité $\boldsymbol{P}$ a-t-il de réussir au moins un concours ?

A : $\boldsymbol{P = \frac{2}{3}}$ **B :** $\boldsymbol{P = \frac{5}{9}}$ **C :** $\boldsymbol{P = \frac{2}{9}}$ **D :** $\boldsymbol{P = \frac{4}{9}}$ **E :** $\boldsymbol{P = \frac{1}{9}}$

QUESTION 2 (1 point)

Donner le domaine de définition $\boldsymbol{\mathcal{D}}$ de la fonction $\boldsymbol{f}$ suivante :

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{x-1}{\ln(x-1)}}$$

A : $\boldsymbol{\mathcal{D}} = \mathbb{R}_*^+$

B : $\boldsymbol{\mathcal{D} = \left]1\,;e\right[\cup \left]e\,;+\infty\right[}$

C : $\boldsymbol{\mathcal{D} = \left]2\,;+\infty\right[}$

D : $\boldsymbol{\mathcal{D} = \left]1\,;+\infty\right[}$

E : $\boldsymbol{\mathcal{D} = \left]1\,;2\right[\cup \left]2\,;+\infty\right[}$

QUESTION 3 (1 point)

On tire au hasard une boule dans une urne contenant dix boules numérotées de **1** à **10**. On note $\boldsymbol{X}$ la variable aléatoire prenant pour valeur le numéro de la boule tirée.
Donner la valeur de l'espérance mathématique $\mathbb{E}(\boldsymbol{X})$ de la variable aléatoire $\boldsymbol{X}$.

A : $\mathbb{E}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{1}$

B : $\mathbb{E}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{\frac{11}{2}}$

C : $\mathbb{E}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{11}$

D : $\mathbb{E}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{\frac{1}{10}}$

E : $\mathbb{E}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{5}$

QUESTION 4 (1 point)

La suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : pour tout entier n, $w_n = \dfrac{5^n - 2^n}{5^n + 2^n}$, vérifie :

A : $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = +\infty$

B : $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 0$

C : $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 1$

D : La suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ n'a pas de limite

E : $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = -1$

QUESTION 5 (1,5 point)

On considère dans l'espace rapporté au repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les deux plans suivants :

$$\mathcal{P}_1 \ : \ 2x + y - 3z + 1 = 0$$
$$\mathcal{P}_2 \ : \ x - y + 2 = 0$$

Donner l'équation du plan passant par le point O et contenant la droite d'intersection des deux plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$.

A : $x + y - 2z = 0$

B : $x + y = 0$

C : $2x + y - 3z = 0$

D : $x + y + z + 3 = 0$

E : $y - 2z = 0$

QUESTION 6 (1,5 point)

On considère, pour tout entier $n \geq 1$, l'intégrale : $I_n = \displaystyle\int_0^1 x^n e^{2x}\, dx$.

Une intégration par parties permet de trouver une relation entre I_n et I_{n-1}.

Quelle est cette relation ?

A : $I_n = \dfrac{e^2}{2} + \dfrac{n}{2} I_{n-1}$

B : $I_n = \dfrac{e^2}{2} - \dfrac{n}{2} I_{n-1}$

C : $I_n = 2\,e^2 - 2\,n\,I_{n-1}$

D : $I_n = \dfrac{e^2}{4} - \dfrac{n-1}{2} I_{n-1}$

E : $I_n = \dfrac{e^2}{2} - \dfrac{n}{2} I_{n-1} + C \quad (C \in \mathbb{R})$

QUESTION 7 (1 point)

La fonction f définie sur $[\,0\,;\,1\,[$ par : $f(x) = \sqrt{\dfrac{-2x^2+5x-3}{x^2+6x-7}}$ vérifie :

A : $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

B : $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 0$

C : f n'a pas de limite quand x tend vers 1.

D : $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = +\infty$

E : $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$

QUESTION 8 (1,5 point)

Donner l'ensemble $\mathcal{S}$ des réels appartenant à l'intervalle $[\,0\,;\,2\pi\,[$ vérifiant l'équation :

$$\sin^2 x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = 0$$

A : $\mathcal{S} = \left\{0\,;\,\pi\,;\,\dfrac{4\pi}{3}\,;\,-\dfrac{\pi}{3}\right\}$

B : $\mathcal{S} = \left\{0\,;\,\dfrac{4\pi}{3}\right\}$

C : $\mathcal{S} = \left\{0\,;\,\pi\,;\,\dfrac{4\pi}{3}\,;\,\dfrac{5\pi}{3}\right\}$

D : $\mathcal{S} = \left\{0\,;\,\pi\,;\,\dfrac{7\pi}{6}\,;\,\dfrac{11\pi}{6}\right\}$

E : $\mathcal{S} = \left\{0\,;\,\pi\,;\,-\dfrac{\pi}{3}\,;\,-\dfrac{2\pi}{3}\right\}$

QUESTION 9 (1,5 point)

Donner la solution de l'équation différentielle : $y'(x) + 2\,y(x) = e^{-2x}\cos x$,
vérifiant la condition $y(0) = 1$.

A : $f(x) = e^{-2x}\cos x$

B : $f(x) = \ln\left(1 + \cos x\, e^{-2x}\right)$

C : $f(x) = (1 + \sin x)\, e^{-2x}$

D : $f(x) = -\dfrac{e^{-2x}}{2}\sin x$

E : $f(x) = \dfrac{1}{2}\left(e^{2x} + e^{-2x}\right)\cos x$

QUESTION 10 (1,5 point)

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = (e^x - 2)(e^x + 1)$.
On note $\mathcal{H}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
Donner l'équation de la tangente T à $\mathcal{H}$ au point d'intersection de $\mathcal{H}$ avec l'axe des abscisses.

A : $T \; : y = x - 2$

B : $T \; : y = x + 2$

C : $T \; : y = 2\,(x - \ln 2\,)$

D : $T \; : y = 3\,x - \ln 6$

E : $T \; : y = 6\,(\,x - \ln 2\,)$

QUESTION 11 (1,5 point)

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \dfrac{2x^2+3}{x^2+1}$.

Une des cinq affirmations suivantes est exacte. Laquelle ?

A : g est majorée par 2

B : Pour tout réel x, on a : $g'(x) = \dfrac{2x}{(x^2+1)^2}$

C : Pour tout réel x, on a : $g'(x) < 0$

D : La tangente à la courbe au point d'abscisse 1 a pour équation : $y = -\dfrac{1}{2}x + 3$

E : La fonction G définie par : pour tout réel x, $G(x) = 2x + \ln(x^2 + 1)$ est une primitive de g

QUESTION 12 (1,5 point)

On considère, dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, les points M et N d'affixes respectives :

$$z_M = 1 + 2\,i \qquad \text{et} \qquad z_N = 3 + 2\,i.$$

Le milieu I du segment $[MN]$ a pour image, par la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$, le point J. Donner l'affixe de J.

A : $z_J = e^{\frac{7\,i\,\pi}{12}}$

B : $z_J = 2\sqrt{2}\; e^{\frac{11\,i\,\pi}{12}}$

C : $z_J = 4\sqrt{2}\; e^{-\frac{5\,i\,\pi}{12}}$

D : $z_J = 2\sqrt{2}\; e^{\frac{7\,i\,\pi}{12}}$

E : $z_J = 2\sqrt{2}\; e^{-\frac{7\,i\,\pi}{12}}$

QUESTION 13 (1 point)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère la courbe $\mathcal{C}$ d'équation :

$$\mathcal{C} \ : \qquad y = 1 - \frac{1}{2}x + \cos x$$

On note $\mathcal{A}$, l'aire, en unités d'aires, de la partie de plan délimitée par $\mathcal{C}$, les axes du repère et la droite d'équation $x = \dfrac{\pi}{2}$. Donner la valeur de $\mathcal{A}$.

A : $\mathcal{A} = \dfrac{1}{4}$

B : $\mathcal{A} = 1 + \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi^2}{16}$

C : $\mathcal{A} = -1 + \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi^2}{8}$

D : $\mathcal{A} = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi^2}{16}$

E : $\mathcal{A} = 1 + \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi^2}{8}$

QUESTION 14 (1,5 point)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère les points A, B et C de coordonnées :

$$A(2\,;\,4), \qquad B(-2\,;\,1) \quad \text{et} \quad C(4\,;\,3).$$

On note d la distance du point A à la droite (BC). Donner la valeur de d.

A : $d = \dfrac{3}{\sqrt{2}}$ **B :** $d = \dfrac{9}{\sqrt{10}}$ **C :** $d = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ **D :** $d = \dfrac{\sqrt{10}}{2}$ **E :** $d = -\dfrac{5}{\sqrt{10}}$

QUESTION 15 (1,5 point)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, soit le point A d'affixe i.
On considère la fonction T qui associe à tout point M, différent de A et d'affixe z, le point M', d'affixe z', tel que :

$$z' = \frac{i}{2\,(z\ -\ i)}$$

Alors l'image par T du cercle $\mathcal{C}$ de centre A et de rayon 1 est :

A : le cercle de centre O et de rayon $0,5$

B : le cercle de centre O et de rayon 2

C : le cercle de centre A et de rayon $0,5$

D : le cercle de centre A et de rayon 1

E : le cercle de centre A et de rayon 2