Le sujet comporte 5 pages numérotées de 2 à 6

QCM DE MATHEMATIQUES

Ce QCM comporte 15 questions.

Donner la réponse à chaque question sur la feuille des réponses au QCM.

QUESTION 1 (1,5 point)

Un élève se présente à deux concours C_1 et C_2. Ces deux concours sont indépendants.
Il a une chance sur trois de réussir le concours C_1 et une chance sur trois de réussir le concours C_2.
Pensant augmenter ses chances de réussite, l'élève décide de passer les deux concours.

Quelle probabilité P a-t-il de réussir au moins un concours ?

A : $P = \frac{2}{3}$ **B :** $\underline{P = \frac{5}{9}}$ **C :** $P = \frac{2}{9}$ **D :** $P = \frac{4}{9}$ **E :** $P = \frac{1}{9}$

QUESTION 2 (1 point)

Donner le domaine de définition $\mathcal{D}$ de la fonction f suivante :

$$f(x) = \frac{x-1}{\ln(x-1)}$$

A : $\mathcal{D} = \mathbb{R}_*^+$

B : $\mathcal{D} = \left]1\,;e\right[\cup \left]e\,;+\infty\right[$

C : $\mathcal{D} = \left]2\,;+\infty\right[$

D : $\mathcal{D} = \left]1\,;+\infty\right[$

E : $\underline{\mathcal{D} = \left]1\,;2\right[\cup \left]2\,;+\infty\right[}$

QUESTION 3 (1 point)

On tire au hasard une boule dans une urne contenant dix boules numérotées de **1** à **10**. On note X la variable aléatoire prenant pour valeur le numéro de la boule tirée.
Donner la valeur de l'espérance mathématique $\mathbb{E}(X)$ de la variable aléatoire X.

A : $\mathbb{E}(X) = 1$

B : $\underline{\mathbb{E}(X) = \frac{11}{2}}$

C : $\mathbb{E}(X) = 11$

D : $\mathbb{E}(X) = \frac{1}{10}$

E : $\mathbb{E}(X) = 5$

QUESTION 4 (1 point)

La suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : pour tout entier n, $w_n = \dfrac{5^n - 2^n}{5^n + 2^n}$, vérifie :

A : $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = +\infty$

B : $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 0$

C : $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 1$

D : La suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ n'a pas de limite

E : $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = -1$

QUESTION 5 (1,5 point)

On considère dans l'espace rapporté au repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les deux plans suivants :

$$\mathcal{P}_1 : \quad 2x + y - 3z + 1 = 0$$
$$\mathcal{P}_2 : \quad x - y + 2 = 0$$

Donner l'équation du plan passant par le point O et contenant la droite d'intersection des deux plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$.

A : $x + y - 2z = 0$

B : $x + y = 0$

C : $2x + y - 3z = 0$

D : $x + y + z + 3 = 0$

E : $y - 2z = 0$

QUESTION 6 (1,5 point)

On considère, pour tout entier $n \geq 1$, l'intégrale : $I_n = \displaystyle\int_0^1 x^n e^{2x}\,dx$.

Une intégration par parties permet de trouver une relation entre I_n et I_{n-1}.

Quelle est cette relation ?

A : $I_n = \dfrac{e^2}{2} + \dfrac{n}{2} I_{n-1}$

B : $I_n = \dfrac{e^2}{2} - \dfrac{n}{2} I_{n-1}$

C : $I_n = 2e^2 - 2n I_{n-1}$

D : $I_n = \dfrac{e^2}{4} - \dfrac{n-1}{2} I_{n-1}$

E : $I_n = \dfrac{e^2}{2} - \dfrac{n}{2} I_{n-1} + C \quad (C \in \mathbb{R})$

QUESTION 7 (1 point)

La fonction f définie sur $[\,0\,;\,1\,[$ par : $f(x) = \sqrt{\dfrac{-2x^2+5x-3}{x^2+6x-7}}$ vérifie :

A : $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

B : $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 0$

C : f n'a pas de limite quand x tend vers 1.

D : $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = +\infty$

E : $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$

QUESTION 8 (1,5 point)

Donner l'ensemble $\mathcal{S}$ des réels appartenant à l'intervalle $[\,0\,;\,2\pi\,[$ vérifiant l'équation :

$$\sin^2 x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = 0$$

A : $\mathcal{S} = \left\{0\,;\,\pi\,;\,\dfrac{4\pi}{3}\,;\,-\dfrac{\pi}{3}\right\}$

B : $\mathcal{S} = \left\{0\,;\,\dfrac{4\pi}{3}\right\}$

C : $\mathcal{S} = \left\{0\,;\,\pi\,;\,\dfrac{4\pi}{3}\,;\,\dfrac{5\pi}{3}\right\}$

D : $\mathcal{S} = \left\{0\,;\,\pi\,;\,\dfrac{7\pi}{6}\,;\,\dfrac{11\pi}{6}\right\}$

E : $\mathcal{S} = \left\{0\,;\,\pi\,;\,-\dfrac{\pi}{3}\,;\,-\dfrac{2\pi}{3}\right\}$

QUESTION 9 (1,5 point)

Donner la solution de l'équation différentielle : $y'(x) + 2\,y(x) = e^{-2x} \cos x$,
vérifiant la condition $y(0) = 1$.

A : $f(x) = e^{-2x} \cos x$

B : $f(x) = \ln\left(1 + \cos x \, e^{-2x}\right)$

C : $f(x) = (1 + \sin x)\, e^{-2x}$

D : $f(x) = -\dfrac{e^{-2x}}{2} \sin x$

E : $f(x) = \dfrac{1}{2}\left(e^{2x} + e^{-2x}\right) \cos x$

QUESTION 10 (1,5 point)

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = (e^x - 2)(e^x + 1)$.

On note $\mathcal{H}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Donner l'équation de la tangente T à $\mathcal{H}$ au point d'intersection de $\mathcal{H}$ avec l'axe des abscisses.

A : $T : y = x - 2$

B : $T : y = x + 2$

C : $T : y = 2(x - \ln 2)$

D : $T : y = 3x - \ln 6$

<u>**E :** $T : y = 6(x - \ln 2)$</u>

QUESTION 11 (1,5 point)

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \dfrac{2x^2 + 3}{x^2 + 1}$.

Une des cinq affirmations suivantes est exacte. Laquelle ?

A : g est majorée par 2

B : Pour tout réel x, on a : $g'(x) = \dfrac{2x}{(x^2 + 1)^2}$

C : Pour tout réel x, on a : $g'(x) < 0$

<u>**D :** La tangente à la courbe au point d'abscisse 1 a pour équation : $y = -\dfrac{1}{2}x + 3$</u>

E : La fonction G définie par : pour tout réel x, $G(x) = 2x + \ln(x^2 + 1)$ est une primitive de g

QUESTION 12 (1,5 point)

On considère, dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, les points M et N d'affixes respectives :

$$z_M = 1 + 2i \qquad \text{et} \qquad z_N = 3 + 2i.$$

Le milieu I du segment $[MN]$ a pour image, par la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$, le point J. Donner l'affixe de J.

A : $z_J = e^{\frac{7i\pi}{12}}$

B : $z_J = 2\sqrt{2}\ e^{\frac{11i\pi}{12}}$

C : $z_J = 4\sqrt{2}\ e^{-\frac{5i\pi}{12}}$

<u>**D :** $z_J = 2\sqrt{2}\ e^{\frac{7i\pi}{12}}$</u>

E : $z_J = 2\sqrt{2}\ e^{-\frac{7i\pi}{12}}$

QUESTION 13 (1 point)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère la courbe $\mathcal{C}$ d'équation :

$$\mathcal{C} \;:\qquad y = 1 - \frac{1}{2}x + \cos x$$

On note $\mathcal{A}$, l'aire, en unités d'aires, de la partie de plan délimitée par $\mathcal{C}$, les axes du repère et la droite d'équation $x = \dfrac{\pi}{2}$. Donner la valeur de $\mathcal{A}$.

A : $\mathcal{A} = \dfrac{1}{4}$

B : $\mathcal{A} = 1 + \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi^2}{16}$

C : $\mathcal{A} = -1 + \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi^2}{8}$

D : $\mathcal{A} = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi^2}{16}$

E : $\mathcal{A} = 1 + \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi^2}{8}$

QUESTION 14 (1,5 point)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère les points A, B et C de coordonnées :

$$A(2\,;\,4), \qquad B(-2\,;\,1) \quad \text{et} \quad C(4\,;\,3).$$

On note d la distance du point A à la droite (BC). Donner la valeur de d.

A : $d = \dfrac{3}{\sqrt{2}}$ **B :** $d = \dfrac{9}{\sqrt{10}}$ **C :** $d = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ **D :** $d = \dfrac{\sqrt{10}}{2}$ **E :** $d = -\dfrac{5}{\sqrt{10}}$

QUESTION 15 (1,5 point)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, soit le point A d'affixe i.
On considère la fonction T qui associe à tout point M, différent de A et d'affixe z, le point M', d'affixe z', tel que :

$$z' = \frac{i}{2\,(z - i)}$$

Alors l'image par T du cercle $\mathcal{C}$ de centre A et de rayon 1 est :

A : le cercle de centre O et de rayon $0,5$

B : le cercle de centre O et de rayon 2

C : le cercle de centre A et de rayon $0,5$

D : le cercle de centre A et de rayon 1

E : le cercle de centre A et de rayon 2