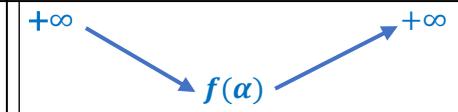
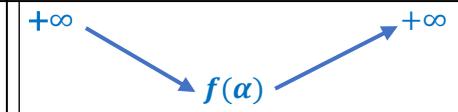
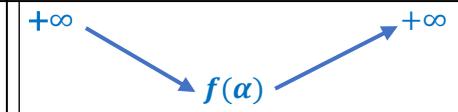


REPONSES A L'EXERCICE I de Mathématiques Spécialité

I-1-	<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>0</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td>Variations de <math>g</math></td> <td colspan="2">  </td> </tr> </table>	$x$	0	$+\infty$	Variations de $g$			<p>I-2- L'équation <math>g(x) = 0</math> admet une solution unique. En effet :</p> <p><b>La fonction <math>g</math> est continue et strictement croissante sur <math>]0; +\infty[</math>.</b></p> <p><b><math>\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) &lt; 0</math> et <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) &gt; 0</math>.</b> D'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation <math>g(x) = 0</math> admet une solution unique.</p>		
$x$	0	$+\infty$								
Variations de $g$										
I-3-	<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>0</td> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td>Signe de <math>g</math></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	$x$	0	$\alpha$	$+\infty$	Signe de $g$	-	0	+	
$x$	0	$\alpha$	$+\infty$							
Signe de $g$	-	0	+							
<p>I-4- <math>f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}</math>. En effet : <b>Pour tout <math>x &gt; 0</math>,</b></p> $f'(x) = \frac{\left(3x^2 - \frac{1}{x}\right) \times x - (x^3 + 1 - \ln(x))}{x^2} = \frac{3x^3 - 1 - x^3 - 1 + \ln(x)}{x^2} = \frac{2x^3 + \ln(x) - 2}{x^2} = \frac{g(x)}{x^2}.$										
I-5- a-	<p><math>\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty</math>. En effet :</p> <p><b><math>\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty</math> et <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^3 + 1) = 1</math></b> <b>donc <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^3 + 1 - \ln(x)) = +\infty</math>.</b></p> <p><b>De plus, <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} x = 0^+</math> donc par quotient <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty</math>.</b></p>	<p>I-5-b- <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty</math>. En effet :</p> <p><b>Pour tout <math>x &gt; 0</math>, <math>f(x) = x^2 + \frac{1}{x} - \frac{\ln(x)}{x}</math>.</b></p> <p><b><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty</math>, <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0</math></b> <b>et par croissance comparée, <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0</math>.</b></p> <p><b>Donc par somme <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty</math>.</b></p>								
I-6-	<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>0</td> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td>Variations de <math>f</math></td> <td colspan="3">  </td> </tr> </table>	$x$	0	$\alpha$	$+\infty$	Variations de $f$				
$x$	0	$\alpha$	$+\infty$							
Variations de $f$										

REPONSES A L'EXERCICE II de Mathématiques Spécialité

II-1- $\overrightarrow{AB}(-4; -2; -2)$ $\overrightarrow{AC}(-1; -2; 1)$	II-2- $AB = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ .
II-3-a- Les points $A, B$ et $C$ ne sont pas alignés. En effet : <b>Les vecteurs <math>\overrightarrow{AB}</math> et <math>\overrightarrow{AC}</math> ne sont pas colinéaires.</b>	
<p>II-3-b- Une équation cartésienne du plan <math>(ABC)</math> est : <math>x - y - z + 4 = 0</math>. En effet :</p> <p><b><math>x_A - y_A - z_A + 4 = 1 - 2 - 3 + 4 = 0</math>, <math>x_B - y_B - z_B + 4 = -3 - 1 + 4 = 0</math></b> <b>et <math>x_C - y_C - z_C + 4 = -4 + 4 = 0</math>.</b></p> <p><b>Il existe un unique plan passant par les trois points non alignés <math>A, B</math> et <math>C</math>.</b></p>	
II-4-a- $I(-1; 1; 2)$	II-4-b- Une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ est <b><math>2x + y + z - 1 = 0</math>.</b>
<p>En effet : <b><math>\overrightarrow{AB}(-4; -2; -2)</math> est un vecteur normal au plan <math>\mathcal{P}</math>, donc une équation cartésienne de <math>\mathcal{P}</math> est de la forme <math>-4x - 2y - 2z + d = 0</math>. De plus <math>I \in \mathcal{P}</math>, donc ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne du plan et on a <math>-4x_I - 2y_I - 2z_I + d = 0 \Leftrightarrow 4 - 2 - 4 + d = 0 \Leftrightarrow d = 2</math>.</b></p> <p><b>Donc une équation cartésienne de <math>\mathcal{P}</math> est <math>-4x - 2y - 2z + 2 = 0</math> soit <math>2x + y + z - 1 = 0</math>.</b></p>	

II-5-a- Les plans  $\mathcal{P}$  et  $(ABC)$  sont sécants selon une droite  $\mathcal{D}$ . En effet : **Les vecteurs normaux de  $\mathcal{P}$  et  $(ABC)$  ne sont pas colinéaires, donc ces deux plans sont sécants selon une droite.**

II-5-b- Un système d'équations paramétriques de la droite  $\mathcal{D}$  est : 
$$\begin{cases} x = -1 \\ y = t \\ z = -t + 3 \end{cases} ; t \in \mathbb{R}.$$

II-6-a- Une équation cartésienne de  $S$  est :  $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 6$ .

II-6-b- Le point  $C$  appartient à  $S$ . En effet :  $IC^2 = (0 + 1)^2 + (0 - 1)^2 + (4 - 2)^2 = 6$  donc  $IC = \sqrt{6} = \frac{AB}{2}$ .

II-6-c- Le triangle  $ABC$  est rectangle en  $C$ . En effet :  $\overrightarrow{CA}(1 ; 2 ; -1)$  et  $\overrightarrow{CB}(-3 ; 0 ; -3)$ .  
On a  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = -3 + 0 + 3 = 0$  donc les vecteurs  $\overrightarrow{CA}$  et  $\overrightarrow{CB}$  sont orthogonaux.

### REPONSES A L'EXERCICE III de Mathématiques Spécialité

III-1-  $P(T) = \frac{1}{4}$      $P(\bar{T}) = \frac{3}{4}$      $P_T(A_1) = \frac{1}{2}$      $P_{\bar{T}}(A_1) = \frac{1}{6}$ .

III-2-  $P(A_1) = \frac{1}{4}$ . En effet : **D'après la formule des probabilités totales,**

$$P(A_1) = P(T \cap A_1) + P(\bar{T} \cap A_1) = P(T) \times P_T(A_1) + P(\bar{T}) \times P_{\bar{T}}(A_1) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{4}.$$

III-3-  $P_{A_1}(T) = \frac{1}{2}$ . En effet :  $P_{A_1}(T) = \frac{P(T \cap A_1)}{P(A_1)} = \frac{P(T) \times P_T(A_1)}{P(A_1)} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ .

III-4-  $P_T(A_n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n$      $P_{\bar{T}}(A_n) = \left(\frac{1}{6}\right)^n$      $P(A_n) = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{3}{4}\left(\frac{1}{6}\right)^n$ .

III-5-  $a = 3$ .

III-6-  $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_{A_n}(T) = 1$ .

En effet :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_{A_n}(T) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n}{3^n + 3} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n}{3^n \left(1 + \frac{1}{3^{n-1}}\right)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 + \frac{1}{3^{n-1}}} = 1$  car  $3 > 1$  donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{3^{n-1}} = 0$ .